проста и конечномерна над полем характеристики 0, и также показано отсутствие RLT-алгебры с невырожденной (косо)симметрической формой, отличной от тернарной алгебры Филиппова.

Работа выполнена при поддержке АВЦП Рособразования "Развитие научного потенциала высшей школы" (проект 2.1.1.10726), Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (проект НШ-3669.2010.1), ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 гг. (гос. контракт К14.740.11.0346).

ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов В. Т. *n-Лиевы алгебры* // Сиб. матем. журн. – 1985. – Т. 26. – № 6. – С. 126–140.

И. С. Рябцов

Самарский государственный университет,

tinnulion@gmail.com

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЫХ ФРЕЙМОВ ПАРСЕВАЛЯ

В работе [1] вводятся понятия простого и составного фрейма Парсеваля.

Определение. Фрейм Парсеваля $F = \{f_i\}_{i=1}^M$ будем называть *составным*, если существует набор неотрицательных констант $\{\alpha_i\}_{i=1}^M$, такой, что система векторов $F_\alpha = \{\alpha_i f_i\}_{i=1}^M$ также является фреймом Парсеваля, при этом хотя бы одна константа α_i равна нулю.

Определение. Фрейм Парсеваля $F = \{f_i\}_{i=1}^M$ будем называть *простым*, если он не является составным.

Будем называть нормированный фрейм $G = \{g_i\}_{i=1}^M$ в пространстве ℓ_2^N *равноугольным* [2, 3], если существует константа $c \in [0, 1)$, такая, что выполняется равенство

$$|\langle g_i, g_j \rangle| = \begin{cases} 1, & i = j, \\ c, & i \neq j. \end{cases}$$

Пусть $G = \{g_i\}_{i=1}^M$ — произвольный равноугольный жёсткий фрейм в ℓ_2^N, тогда фрейм Парсеваля $F = \left\{ \sqrt{\frac{N}{M}}\, g_i \right\}_{i=1}^M$, полученный перенормировкой, будем называть *равноугольным фреймом Парсеваля.*

Свойство. *Все равноугольные фреймы Парсеваля являются простыми.*

Теорема 1. *Если $F = \{f_i\}_{i=1}^M$ простой фрейм Парсеваля в ℓ_2^N, то имеет место ограничение сверху на число векторов этого фрейма:*

$$M \leqslant \frac{N(N+1)}{2}. \tag{1}$$

Ограничение (1) имеет место для равноугольных фреймов над вещественным полем [2, 4].

Простота произвольного фрейма Парсеваля $F = \{f_i\}_{i=1}^M$ тесно связана со свойствами матрицы:

$$V(F) = \begin{pmatrix} |\langle f_1, f_1 \rangle|^2 & \cdots & |\langle f_1, f_M \rangle|^2 \\ \vdots & & \vdots \\ |\langle f_M, f_1 \rangle|^2 & \cdots & |\langle f_M, f_M \rangle|^2 \end{pmatrix}$$

Теорема 2. *Следующие два утверждения эквивалентны:*

- $F = \{f_i\}_{i=1}^{M}$ — *простой фрейм Парсеваля в* ℓ_2^N;
- *Матрица* $V(F)$ — *невырожденная.*

Следствие. *Для того чтобы произвольный фрейм Парсеваля* $F = \{f_i\}_{i=1}^{M}$ *был простым, достаточно, чтобы выполнялось неравенство*

$$\frac{|\langle f_i, f_j \rangle|}{\|f_i\| \, \|f_j\|} < \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad \forall i \neq j,$$

то есть все инкогерентные фреймы Парсеваля являются простыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рябцов И. С. *О представлении фреймов Парсеваля.* // Тр. Второй межд. конф. "Математическая физика и её приложения", Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2011.

2. Casazza P. G., Redmond D., Tremain J. C. *Real equian-gular frames* // CISS Meeting Information Sciences and Systems, Princeton, NJ, 2008.

3. Sustik M., Tropp J. A., Dhillon I., Heath Jr. R. W. *On the existence of equiangular tight frames* // Linear Algebra Appl. – 2007. – No 426 (2–3). – P. 619–635.

4. Lemmens P. W. H., Seidel J. J. *Equiangular lines* // J. Algebra. – 1973. – No 24. – P. 494– 512.